



TUGAS AKHIR - SM141501

**PENERAPAN EXTENDED KALMAN
FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT DIRECT
FEEDTROUGH (EKF-UI-WDF) PADA KAPAL
DALAM MISI PENEMBAKAN**

RUSYDAH KAMILAH
NRP 1213 100 045

Dosen Pembimbing:
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017



FINAL PROJECT - SM141501

**APPLICATION OF EXTENDED KALMAN
FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT DIRECT
FEEDTHROUGH (EKF-UI-WDF) TO VESSEL IN
MISSILE LAUNCHING**

RUSYDAH KAMILAH
NRP 1213 100 045

Supervisors:
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017

LEMBAR PENGESAHAN
PENERAPAN EXTENDED KALMAN
FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT
DIRECT FEEDTROUGH (EKF-UI-WDF)
PADA KAPAL DALAM MISI PENEMBAKAN
APPLICATION OF EXTENDED KALMAN
FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT
DIRECT FEEDTHROUGH (EKF-UI-WDF)
TO VESSEL IN MISSILE LAUNCHING

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Untuk Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada

Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:

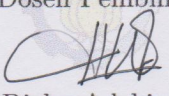
RUSYDAH KAMILAH

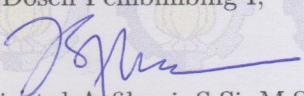
NRP. 1213 100 045

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dosen Pembimbing I,



Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si
NIP. 19830517 200812 1 003


Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,

Kepala Departemen Matematika

FMIPA ITS


Dr. Imamu Mukhlash, S.Si, MT

NIP. 19700831 199403 1 003

Surabaya, Agustus 2017



PENERAPAN EXTENDED KALMAN FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT DIRECT FEEDTROUGH (EKF-UI-WDF) PADA KAPAL DALAM MISI PENEMBAKAN

Nama Mahasiswa : RUSYDAH KAMILAH
NRP : 1213 100 045
Departemen : Matematika FMIPA-ITS
Pembimbing : 1. Tahiyyatul Asfihani, S.Si, M.Si
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Abstrak

Kapal perang merupakan kapal yang digunakan untuk kepentingan militer atau Tentara Negara Indonesia (TNI). Tujuan adanya kapal perang adalah menegaskan posisi perairan dari suatu pemerintahan sekaligus memberikan jaminan keamanan diperairan untuk melindungi negara tersebut. Salah satu kapal perang yang dimiliki oleh Indonesia adalah Kapal Perang Corvet Kelas SIGMA. Fungsi dasar dari kapal ini untuk patroli maritim Zona Ekonomi Eksekutif, penggetar, pencarian dan penyelamatan, dan anti kapal selam. Untuk melaksanakan fungsi dasar dari kapal tersebut maka kapal korvet kelas SIGMA dilengkapi dengan beberapa senjata dan salah satunya adalah rudal pertahanan udara vertikal MICA II. Selain itu kapal ini juga dilengkapi dengan sensor radar Smart-S MK2 yang dapat mendeteksi sasaran maupun peluru target tersembunyi. Pada penelitian ini akan membahas estimasi pada kapal dalam misi penembakan yang menggunakan kapal perang korvet kelas SIGMA dan percepatan peluru target merupakan unknown input.

Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF) merupakan salah satu pengembangan metode Extended Kalman Filter. Metode

ini digunakan untuk mendapatkan solusi estimasi terhadap state dan unknown input dengan sistem waktu stokastik tak linier, tanpa keterhubungan secara langsung dari unknown input terhadap output. Hasil estimasi state tersebut dan unknown input akan digunakan untuk mengimplementasikan pada panduan peluru kendali. Hasil dari simulasi metode EKF-UI-WDF menunjukkan bahwa nilai RMSE (root mean square error) dari kendali peluru kendali kurang dari 10^{-2} .

Kata-kunci: *Kapal Perang, Korvet Kelas SIGMA, Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)*

APPLICATION OF EXTENDED KALMAN FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT DIRECT FEEDTHROUGH (EKF-UI-WDF) TO VESSEL IN MISSILE LAUNCHING

Name : RUSYDAH KAMILAH
NRP : 1213 100 045
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisors : 1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
2. Dr. Dieky Adzkiya, S.Si, M.Si

Abstract

Warships are ships used for military or Indonesian army. The purpose of the vessel is to affirm the position of the waters of a government as well as to guarantee water security in order to protect the country. One of the warships owned by Indonesia is the Corvett Warship Class SIGMA. The basic functions of this ship for maritime patrols Executive Economic Zones, vibrators, search and rescue, and anti-submarine. To carry out the basic functions of the vessel, the SIGMA class corvette ship is equipped with several weapons and one of them is a MICA II vertical air defense missile. In addition the ship is also equipped with Smart-S MK2 radar sensor that can detect targets or bullet hidden targets. In this study will discuss the estimation of ships in shooting missions using SIGMA class corvette warships and acceleation targeted bullets are unknown inputs.

Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF) is one of the methods of Extended Kalman Filter method. This method is used to obtain estimation solution to unknown state and input with nonlinear stochastic timing system, without direct connection of unknown input to output. The estimation results of these

states and unknown inputs will be used to implement on guided missiles. The results of the EKF-UI-WDF method simulation show that the RMSE (root mean square error) value of the missile control with unknown target bullet is less than 10^{-2} .

Keywords: *Vessel, Corvet SIGMA Class, Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF).*

KATA PENGANTAR

Alhamdulillahirobbilalamin, segala puji dan syukur bagi Allah SWT yang telah memberikan rahmat, kasih sayang, dan petunjuk-NYA, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir yang berjudul:

PENERAPAN EXTENDED KALMAN FILTER-UNKNOWN INPUT-WITHOUT DIRECT FEEDTROUGH (EKF-UI-WDF) PADA KAPAL DALAM MISI PENEMBAKAN

sebagai salah satu syarat kelulusan Program Sarjana Jurusan Matematika FMIPA Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya.

Tugas Akhir ini dapat terselesaikan dengan baik berkat bantuan dan dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih kepada :

1. Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT, selaku Kepala Jurusan Matematika ITS yang telah memberikan dukungan dan motivasi selama perkuliahan hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
2. Bapak Dr. Didik Khusnul Arif, S.Si, M.Si selaku Kaprodi S1 dan Bapak Drs. Iis Herisman, M.Sc selaku Sekretaris Kaprodi S1 yang telah memberikan banyak bantuan dalam proses pengumpulan Tugas Akhir ini.
3. Ibu Tahiyyatul Asfihani S.Si, M.Si, dan Bapak Dr. Dieky Adzkiya S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing atas segala bimbingan dan motivasinya kepada penulis

dalam mengerjakan Tugas Akhir ini sehingga dapat terselesaikan dengan baik.

4. Bapak Dr. Hariyanto, M.Si, Drs. Soetrisno, MI.Komp,dan ibu Dra. Wahyu Fistia Doctorina, M.Si selaku dosen penguji atas saran yang telah diberikan demi perbaikan Tugas Akhir ini.
5. Bapak Nurul Hidayat selaku dosen wali yang telah memberikan arahan akademik.
6. Bapak Ibu dosen serta seluruh staf Tenaga Kependidikan Jurusan Matematika Institut Teknologi Sepuluh Nopember.
7. Keluarga Nur Hasan (Ibu, Bapak, Kakak dan Adik) tercinta terima kasih atas doa dan dukungannya yang selalu dicurahkan kepada penulis.
8. Para sahabat penulis Gadang, Winny, Diva,dan 'Bu Hani Squad' Titis dan Putri yang selalu menjadi tempat penulis untuk berkeluh kesah dan menemani penulis untuk berkuliner.
9. Wawan, Uzu, Prima yang selalu ada ketika penulis membutuhkan bantuan, dan Para Pejuang WISUDA 116 akhirnya kita bisa wisuda bareng.
10. Teman-teman mahasiswa matematika ITS angkatan 2013 khususnya LAMBDA (STI-48) yang telah memberikan masa-masa berkesan bagi penulis selama menjadi bagian dari mereka.
11. Semua pihak yang tidak bisa penulis sebutkan satu-persatu, terima kasih telah memberikan saran, dukungan, motivasi dan membantu sampai terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Penulis juga menyadari bahwa dalam Tugas Akhir ini masih terdapat kekurangan. Oleh sebab itu, kritik dan saran yang bersifat membangun sangat penulis harapkan demi kesempurnaan Tugas Akhir ini. Akhirnya, penulis berharap semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi banyak pihak.

Surabaya, Agustus 2017

Penulis

DAFTAR ISI

HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	xv
DAFTAR GAMBAR	xvii
DAFTAR TABEL	xix
DAFTAR SIMBOL	xxi
BAB I PENDAHULUAN	1
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Masalah	2
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	5
2.1 Penelitian Terdahulu	5
2.2 Model Matematika Dinamika Kapal	6
2.3 Kalman Filter	11
2.4 Extended Kalman Filter	13
2.5 Extended Kalman Filter Unkown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)	15

BAB III	METODE PENELITIAN	19
3.1	Tahap Penelitian	19
3.2	Alur Penelitian	21
BAB IV	ANALISIS DAN PEMBAHASAN	23
4.1	Persamaan Model Matematika pada Kapal ..	23
4.1.1	Model Matematika Dinamika Kapal...	23
4.1.2	Persamaan Matematika Gaya <i>Impact</i> pada Kapal	28
4.1.3	Gabungan Model Matematika pada Kapal	31
4.2	Model Matematika Misil Kendali Pada Target Bergerak	32
4.3	Gabungan Model Matematika Pada Kapal dalam Misi Penembakan	33
4.4	Estimasi Variabel Keadaan Sistem Kapal saat Penembakan dengan EKF-UI-WDF	36
4.5	Simulasi	44
BAB V	PENUTUP	51
5.1	Kesimpulan	51
5.2	Saran	51
	DAFTAR PUSTAKA	53
	LAMPIRAN A Biodata Penulis	55

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Gerak Dinamika Kapal	7
Gambar 3.1	Diagram Metode Penelitian Tugas Akhir.	22
Gambar 4.1	Proyeksi gaya tembak terhadap sumbu X_G dan sumbu Z_G	29
Gambar 4.2	Proyeksi gaya tembak terhadap sumbu X_G dan sumbu Y_G	29
Gambar 4.3	Model Gerak Misil Kendali pada Penembakan Target Bergerak.....	32
Gambar 4.4	Estimasi kecepatan sway	45
Gambar 4.5	Estimasi kecepatan yaw.....	45
Gambar 4.6	Estimasi sudut LOS	46
Gambar 4.7	Estimasi laju sudut LOS	46
Gambar 4.8	Estimasi jarak LOS	47
Gambar 4.9	Estimasi laju jarak LOS	47
Gambar 4.10	Estimasi Sudut Terbang Misil	48
Gambar 4.11	Estimasi Sudut Terbang Target	48
Gambar 4.12	Estimasi Percepatan Misil.....	49
Gambar 4.13	Estimasi Percepatan Target	49

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Variabel Normalisasi Prime Sistem 1	8
Tabel 2.2	Algoritma Kalman Filter	13
Tabel 2.3	Algoritma Extended Kalman Filter	15
Tabel 2.4	Algoritma Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)	18
Tabel 4.1	Data Parameter KRI Corvet Kelas Sigma	24
Tabel 4.2	Koefisien Hidrodinamika Kapal	27
Tabel 4.3	nilai awal parameter yang akan diamati . .	41
Tabel 4.4	Nilai awal variabel yang akan diamati . . .	42
Tabel 4.5	Nilai RMSE dari estimasi pada kapal dalam misi penembakan	50

Daftar Simbol

\dot{x}	Persamaan ruang keadaan.
M	Matriks inersia kapal.
N	Matriks keadaan.
I	Matriks gaya <i>impact</i> .
x	Vektor keadaan.
R	Matriks masukan.
δ	Sudut rudder.
L	<i>Length the ship.</i>
B	<i>Breadth.</i>
T	<i>Draft depth.</i>
m	<i>Mass of the ship.</i>
U	<i>Velocity.</i>
C_B	<i>Coefficient Block.</i>
X_G	<i>Nominal x coordinate of grafity.</i>
A_δ	<i>Rudder area.</i>
$Y_{\dot{v}}$	Turunan gaya <i>sway</i> terhadap \dot{v} .
$Y_{\dot{r}}$	Turunan gaya <i>yaw</i> terhadap \dot{r} .
$N_{\dot{v}}$	Turunan momen <i>sway</i> terhadap \dot{v} .
$N_{\dot{r}}$	Turunan gaya <i>yaw</i> terhadap \dot{r} .
Y_v	Turunan gaya <i>sway</i> terhadap v .
Y_r	Turunan gaya <i>yaw</i> terhadap r .
N_v	Turunan momen <i>sway</i> terhadap v .
N_r	Turunan gaya <i>yaw</i> terhadap r .
$\alpha_M(t)$	Sudut LOS pada saat t .
$\theta_T(t)$	Sudut terbang target pada saat t .
$\theta_M(t)$	Sudut terbang peluru pada saat t .
$R(t)$	Jarak LOS pada saat t .
$a_M(t)$	Percepatan normal peluru kendali pada saat t .
$a_T(t)$	Percepatan normal target pada saat t .
$V_M(t)$	Kecepatan tangensial peluru kendali pada saat t .
$V_T(t)$	Kecepatan tangensial target pada saat t .

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dipaparkan mengenai latar belakang masalah, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Pertahanan negara adalah segala usaha untuk mempertahankan kedaulatan negara, keutuhan wilayah Negara Kesatuan Republik Indonesia, dan keselamatan segenap bangsa dari ancaman dan gangguan terhadap keutuhan bangsa dan negara. (UU No.3 Tahun 2002). Pertahanan negara Indonesia diselenggarakan dalam suatu sistem pertahanan semesta. Pertahanan negara berfungsi untuk mewujudkan dan mempertahankan seluruh wilayah Negara Kesatuan Republik Indonesia (NKRI) sebagai satu kesatuan pertahanan. (Pasal 5 UU No. 3 Tahun 2002). Upaya mewujudkan dan mempertahankan seluruh wilayah NKRI sebagai satu kesatuan pertahanan diselenggarakan dalam fungsi penangkalan, penindakan dan pemulihan. Fungsi penangkalan merupakan perwujudan usaha pertahanan negara dari seluruh kekuatan nasional yang memiliki dampak sehingga mencegah dan meniadakan setiap ancaman, baik dari luar maupun yang timbul dari dalam negeri [1].

Kapal perang merupakan kapal yang digunakan untuk kepentingan militer atau Tentara Negara Indonesia (TNI). Tujuan dari kapal perang adalah menegaskan posisi perairan dari suatu pemerintahan sekaligus memberikan jaminan keamanan diperairan untuk melindungi negara tersebut.

Salah satu kapal perang yang di dimiliki oleh Indonesia adalah Kapal Perang Corvet Kelas SIGMA. Fungsi dasar dari kapal ini untuk patroli maritim Zona Ekonomi Eksekutif, penggetar, pencarian dan penyelamatan, dan anti kapal selam. Untuk melaksanakan fungsi dasar dari kapal tersebut maka kapal korvet kelas SIGMA dilengkapi dengan beberapa senjata dan salah satunya adalah rudal pertahanan udara vertikal MICA II. Selain itu kapal ini juga dilengkapi dengan sensor radar Smart-S MK2 yang dapat mendeteksi sasaran maupun peluru target tersembunyi. Pada penelitian ini akan membahas estimasi pada kapal dalam misi penembakan yang menggunakan kapal perang korvet kelas SIGMA dan peluru target merupakan *unknown input*.

Banyak metode yang terdapat pada estimasi dan salah satunya adalah dengan menggunakan metode *Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough* (EKF-UI-WDF). Metode ini merupakan salah satu pengembangan metode Extended Kalman Filter. Metode ini digunakan untuk mendapatkan solusi estimasi terhadap state dan *unknown input* dengan sistem waktu stokastik tak linier, tanpa keterhubungan secara langsung dari *unknown input* terhadap output.

unknown input dalam tugas akhir ini adalah percepatan dari peluru yang ditembakkan oleh musuh. Harapan dari penelitian ini adalah dengan metode yang digunakan mampu mengestimasi dengan baik percepatan peluru target sehingga dapat digunakan untuk menentukan kendali percepatan peluru kapal kami agar tepat sasaran.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang diatas, maka disusunlah suatu rumusan masalah yang dibahas dalam Tugas Akhir ini, yaitu sebagai berikut :

1. Bagaimana hasil penerapan metode EKF-UI-WDF dalam mengestimasi state dan *unknown input* pada kapal dalam misi penembakan?
2. Bagaimana hasil simulasi penerapan metode EKF-UI-WDF dalam mengestimasi state dan *unknown input* pada kapal dalam misi penembakan dengan menggunakan software MatLab?

1.3 Batasan Masalah

Batasan permasalahan yang akan dibahas dalam Tugas Akhir ini antara lain :

1. *Unknown input* merupakan percepatan dari misil musuh.
2. Jumlah pengamatan *output* harus lebih besar daripada jumlah *unknown input*.
3. Gaya *impact* yang terjadi pada kapal hanya gaya sway.

1.4 Tujuan

Tujuan dari penulisan Tugas Akhir ini antara lain :

1. Untuk mengetahui bagaimana penerapan metode EKF-UI-WDF state dan *unknown input* pada kapal dalam misi penembakan.
2. Untuk mengetahui bagaimana hasil simulasi penerapan metode EKF-UI-WDF dalam mengestimasi state dan *unknown input* pada kapal dalam misi penembakan

1.5 Manfaat

Manfaat yang didapat dalam penelitian tugas akhir ini adalah untuk menunjang kemandirian pertahanan dan keamanan negara.

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab, yaitu:

1. BAB I PENDAHULUAN

Bab ini berisi tentang gambaran umum dari penulisan Tugas Akhir yang meliputi latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan.

2. BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Pada Bab II berisi penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini seperti model dimika kapal, metode Kalman Filter, metode Extended Kalman Filter, dan metode Extended Kalman Filter Unknown Inout Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF).

3. BAB III METODE PENELITIAN

Dalam bab ini dijelaskan tahapan-tahapan yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir. Tahapan-tahapan tersebut antara lain studi literatur, selanjutnya dilakukan identifikasi model pada kapal dalam misi penembakan. Tahap selanjutnya yaitu penerapan metode EKF-UI-WDF dan simulasinya.

4. BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada Bab IV dibahas secara detail mengenai penerapan metode EKF-UI-WDF dan hasil simulasi.

5. BAB V PENUTUP

Bab ini berisi kesimpulan akhir yang diperoleh dari Tugas Akhir serta saran untuk pengembangan penelitian selanjutnya.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini dipaparkan penelitian terdahulu dan teori-teori yang terkait dengan permasalahan dalam Tugas Akhir ini seperti model dimika kapal, metode Kalman Filter, metode Extended Kalman Filter, dan metode Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)

2.1 Penelitian Terdahulu

Dalam Tugas Akhir ini penulis melihat dari beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Salah satu penelitian yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Subchan dan Tahiyatul Asfihani pada tahun 2013 dengan judul *The Missile Guidance Estimation Using Extended Kalman Filter-Unkown Input-Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF) Method*. Pada penelitian tersebut dijelaskan tentang mengestimasi peluru kendali dimana penerapan metode EKF-UI-WDF dan pengendalian optimal menunjukkan bahwa hasil estimasi jarak antara peluru dan target, lebih kecil dibanding dengan menggunakan EKF. Tetapi nilai MSE (Mean Squared Error) estimasi metode EKF secara keseluruhan lebih kecil dibanding dengan EKF-UI-WDF dalam mengestimasi kendali optimal tersebut dan kendali APN (Augmented Proportional Navigation) dengan unitless gainnya sama dengan 3.[2].

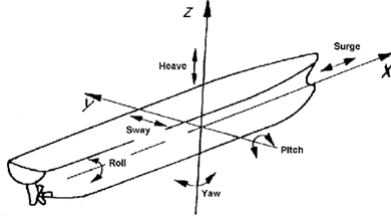
Penelitian selanjutnya dilakukan oleh Shunwen Pan, Hongye Su, dan Hong Wang pada tahun 2009 yang berjudul *Input and State Estimation for Linier System: A Least Squares Estimation Approach*. Pada penelitian tersebut

dijelaskan tentang tujuan dari pendekatan Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough (KF-UI-WDF). Dimana hasil dari pendekatan ini optimal yang berbeda dalam nilai dari *Least Squares*(LS) dan *minimum-varians unbiased*(MVU). Dalam penelitian ini juga dibahas tentang optimalisasi secara umum dengan menggunakan pendekatan KF-UI-WDF [3].

Penelitian juga dilakukan oleh Shuwen Pan, Hongye Su, Jian Chu dan Hong Wang pada tahun 2010 yang berjudul *Applying a Novel Extended Kalman Filter to Missile-Target Interception with APN Guidance Law : A Benchmark Case Study*". Pada penelitian ini dijelaskan tentang model 2 dimensi pada penembakan peluru pada target dengan menggunakan bantuan *augmented proportional navigation*(APN). Dalam sistem ini percepatan target merupakan *unknown input* tanpa informasi sebelumnya. Penggunaan EKF-UI-WDF yang disusulkan digunakan untuk memperkirakan *state* dan *unknown input* untuk implementasi hukum APN. Batasan masalah pada penelitian ini adalah jumlah keluaran (*output*) harus lebih banyak dari input yang diketahui [4].

2.2 Model Matematika Dinamika Kapal

Untuk mendeskripsikan gerakan sebuah kapal, 2 sistem koordinasi ditetapkan seperti pada gambar 1. perpindahan angular dan linier diwakilkan pada *earth-fixed frame*($0, x_0y_0z_0$), sementara persamaan dari gerakan dideskripsikan pada *body-fixed frame*(xyz).



Gambar 2.1: Gerak Dinamika Kapal

Persamaan manuver dari gerakan kapal termasuk gerakan memutar dideskripsikan pada *body-fixed frame* dengan menggunakan model dinamika kapal dari Davidson dan Schiff sebagai berikut:

$$M\dot{v} + N(u_0)v = b\delta_R \quad (2.1)$$

dengan $v = [v, r]^T$ adalah vektor state, δ_R adalah sudut rudder dan

$$M = \begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & mx_G - Y_{\dot{r}} \\ mx_G - N_{\dot{v}} & I_z - N_{\dot{r}} \end{bmatrix}$$

$$N(u_0) = \begin{bmatrix} -Y_v & mu_0 - Y_r \\ -N_v & mx_G u_0 - N_r \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} Y_{\delta} \\ N_{\delta} \end{bmatrix}$$

Dan

$$u'_0 = \frac{u_0}{U} = \frac{u_0}{\sqrt{(u_0 + \Delta u)^2 + \Delta v^2}} \approx 1$$

Bentuk paling umum digunakan untuk persamaan gerak kapal adalah *Prime-system of SNME*(1950). Pada persamaan koefisien hidrodinamika 2.1 merupakan bentuk non demonsional yang diturunkan dengan sistem prime I. Untuk memperoleh besaran gaya dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho U^2 L^2$, momen dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho U^2 L^3$, besaran massa dikalikan

$\frac{1}{2}\rho L^3$, besaran momen inersia dikalikan dengan $\frac{1}{2}\rho L^5$. Dimana ρ merupakan massa jenis air laut (1025kg/m^3), L adalah *Lenght between perpendicular* atau panjang kapal, U adalah kecepatan kapal, B adalah lebar kapal, T adalah tinggi atau kedalaman kapal, dan C_B adalah koefisien blok. Sedangkan koefisien hidrodinamika $Y_{\dot{v}}, Y_{\dot{r}}, N_{\dot{v}}, N_{\dot{r}}, \dots$ ditentukan menggunakan skala model berkisar pada frekuensi rendah. U^2 kecepatan kuadrat dari gerak *surge* yang merepresentasikan gaya dan moment yang berhubungan dengan gerak roll. Gangguan eksternal pada model ini dapat berupa gaya *rudder*, *propeller*, dan *bow thrusters*. Pada penelitian ini diasumsikan hanya gaya *rudder* yang diperhitungkan. Variabel normalisasi prime sistem 1 ditunjukkan pada tabel berikut[4]:

Tabel 2.1: Variabel Normalisasi Prime Sistem 1

Unit	Prime Sistem 1
<i>Length</i>	L
<i>Mass</i>	$1/2\rho L^3$
<i>Inertia moment</i>	$1/2\rho L^5$
<i>Time</i>	L/U
<i>Reference area</i>	L^2
<i>Position</i>	L
<i>Angle</i>	I
<i>Linier velocity</i>	U
<i>Angular velocity</i>	U/L
<i>Linier acceleration</i>	U^2/L
<i>Angular acceleration</i>	U^2/L^2
<i>Force</i>	$1/2\rho U^2 L^2$
<i>Moment</i>	$1/2\rho U^2 L^3$

Sehingga persamaan (2.1) menjadi

$$M' \dot{v} + N'(u_0)v = b' \delta'_R \quad (2.2)$$

Untuk nilai Δu dan Δv kecil, sistem nondimensional (2.2) dapat dihubungkan dengan persamaan (2.1) dengan menerapkan transformasi yang diperoleh dengan menggunakan sistem prime I, sehingga diperoleh variabel non dimensional sebagai berikut:

$$v = Uv' \quad (2.3)$$

$$r = \frac{U}{L}r' \quad (2.4)$$

$$\delta = \delta'_R \quad (2.5)$$

$$x_G = x'_G L \quad (2.6)$$

$$m = m' \frac{\rho}{2} L^3 \quad (2.7)$$

$$I_z = I'_z \frac{\rho}{2} \quad (2.8)$$

dengan

$$M' = \begin{bmatrix} m' - Y'_{\dot{v}} & m' x'_G - Y'_{\dot{r}} \\ m' x'_G - N'_{\dot{v}} & I'_z - N'_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$N'(u_0) = \begin{bmatrix} -Y'_v & m' u_0 - Y'_r \\ -N'_v & m' x'_G u_0 - N'_r \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$b' = \begin{bmatrix} Y'_\delta \\ N'_\delta \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Kuantitas non dimensional dinyatakan dengan tanda ('). Bentuk normalisasi yang digunakan untuk persamaan gerak *steering* kapal adalah prime sistem 1 dari SNAME tahun 1950. Dengan $Y_{\dot{v}}$ adalah turunan gaya *sway* terhadap \dot{v} , $Y_{\dot{r}}$ adalah turunan gaya *yaw* terhadap \dot{r} , $N_{\dot{v}}$ adalah turunan

momen *sway* terhadap \dot{v} , $N_{\dot{r}}$ adalah turunan momen *yaw* terhadap \dot{r} , Y_v adalah turunan gaya *sway* terhadap v , Y_r adalah turunan gaya *yaw* terhadap r , N_v adalah turunan momen *sway* terhadap v , dan N_r adalah turunan momen *yaw* terhadap r .

Persamaan turunan koefisien hidrodinamika kapal ditemukan oleh Clarke (1928). Persamaan berikut adalah suatu rumusan secara empiris dari beberapa persamaan turunan koefisien hidrodinamika kapal (Wang dkk, 2007).

$$\frac{-Y'_{\dot{v}}}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,16 \frac{C_B B}{T} - 5,1 \left(\frac{B}{L} \right)^2 \quad (2.12)$$

$$\frac{-Y'_{\dot{r}}}{\pi(T/L)^2} = 0,67 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,0033 \left(\frac{B}{T} \right)^2 \quad (2.13)$$

$$\frac{-N'_{\dot{v}}}{\pi(T/L)^2} = 1,1 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,041 \left(\frac{B}{T} \right) \quad (2.14)$$

$$\frac{-N'_{\dot{r}}}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{12} + 0,017 \frac{C_B B}{T} - 0,33 \left(\frac{B}{L} \right) \quad (2.15)$$

$$\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} = 1 + 0,4 \frac{C_B B}{T} \quad (2.16)$$

$$\frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} = -\frac{1}{2} + 2,2 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,008 \left(\frac{B}{T} \right) \quad (2.17)$$

$$\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{2} + 2,4 \left(\frac{T}{L} \right) \quad (2.18)$$

$$\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} = \frac{1}{4} + 0,039 \left(\frac{B}{T} \right) - 0,56 \left(\frac{B}{L} \right) \quad (2.19)$$

sedangkan untuk turunan dari gaya terhadap *rudder* dan turunan dari momen terhadap *rudder* sebagai berikut:

$$Y'_\delta = \rho \frac{\pi A_\delta}{4LT} \quad (2.20)$$

$$N'_\delta = -\frac{1}{2}Y'_\delta \quad (2.21)$$

2.3 Kalman Filter

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E Kalman pada tahun 1960 [7]. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. Kalman Filter merupakan suatu estimator sistem dinamik linier. Kalman Filter mampu mengestimasi variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahap yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (time update) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran [8]. Algoritma Kalman Filter waktu diskrit ditulis sebagai berikut:

Model sistem:

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$$

Model pengukuran:

$$z_k = Hx_k + v_k$$

Dengan asumsi:

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, Px_0), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

Keterangan:

x_0 : inisialisasi dari sistem

x_{k+1} : variabel keadaan sistem pada waktu $k + 1$ dan berdimensi $n \times 1$

x_k : variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai awalnya \bar{x}_0

dan kovarian awal $P_{\bar{x}_0} \in R^n$

u_k : vektor masukan deterministik pada waktu k , $u_k \in R^n$

w_k : noise pada pengukuran dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian Q_R

z_k : variabel pengukuran $z_k \in R^m$

v_k : noise pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k

A, B, H : matriks-matriks dengan nilai elemen-elemennya adalah koefisien variabel keadaan sistem

Pada Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (*time update*) dan tahap koreksi (*measurement update*). Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dengan menggunakan persamaan kovarian *error* atau *norm* kovariansi *error*.

Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap sebelumnya dikoreksi dengan menggunakan model pengukuran untuk memperbaiki estimasi sesudahnya. Salah satu bagian dari tahap ini yaitu menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi *error* [8].

Tahap prediksi dan tahap koreksi akan diulang terus menerus sampai waktu k yang ditentukan. Algoritma Kalman Filter diberikan pada Tabel 2.2

Tabel 2.2: Algoritma Kalman Filter

Model Sistem
$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$
Model Pengukuran
$z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi
$x_0 \sim N(\bar{x}_0, Px_0), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi
Estimasi: $\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k + B\hat{u}_k$ Kovarian Error: $P_{k+1} = AP_kA^T + GQG^T$
Tahap Koreksi
Kalman Gain: $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (HP_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$ Estimasi: $\hat{x}_k = \hat{x}_{k+1}^- + K_k + 1(z_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-)$ Kovarian Error: $P_{k+1} = [I - K_{k+1}H_{k+1}]P_{k+1}^- [I - K_{k+1}H_{k+1}]^T + K_{k+1}RK_{k+1}^T$

2.4 Extended Kalman Filter

Metode Extended Kalman Filter merupakan hasil pengembangan dari metode Kalman Filter. Pada kenyataannya, banyak model yang berbentuk tak linier. Oleh sebab itu, dikembangkan metode Extended Kalman Filter yang digunakan untuk menyelesaikan model yang berbentuk tak linier. Misalkan diberikan model stokastik tak linier:

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$$

Dengan model pengukuran tak linier $z_k \in \Re$ yang memenuhi

$$z_k = h_k(x_k) + v_k$$

Dimana diasumsikan bahwa $x_0 \sim N(\bar{x}_0, P(x_0))$, $w_k \sim N(0, Q_k)$ dan $v_k \sim N(0, R_k)$ memiliki sebaran normal dan diasumsikan *white*, artinya tidak berkorelasi satu sama lain maupun dengan nilai awal \bar{x}_0 . Sebelum proses estimasi, dilakukan proses linierisasi terlebih dahulu pada sistem tak linier. Proses linierisasi dilakukan dengan mendefinisikan sebagai berikut :

$$x_{k+1}^* = f(x_k, u_k)$$

$$z_{k+1}^* = h(x_{k+1}^-)$$

Dengan matriks Jacobian:

$$A_{i,j} = \left. \frac{\partial f_i(x, u, t)}{\partial x_j} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}, u=u_{k-1}}$$

$$H_{i,j} = \left. \frac{\partial h_i(x, t)}{\partial x_j} \right|_{x=\hat{x}_k^-}$$

$$W_{i,j} = \left. \frac{\partial f_i(x, u, t)}{\partial w_j} \right|_{x=\hat{x}_{k-1}, u=u_{k-1}}$$

$$V_{i,j} = \left. \frac{\partial h_i(x, t)}{\partial v_j} \right|_{x=\hat{x}_k^-}$$

dengan $i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ Modifikasi dari algoritma Kalman Filter inilah yang disebut algoritma Extended Kalman Filter[9]. Algoritma Extended Kalman Filter diberikan pada tabel 2.3:

Tabel 2.3: Algoritma Extended Kalman Filter

Model Sistem
$x_{k+1} = f(x_k, u_k) + w_k$
Model Pengukuran
$z_{k+1} = H(x_{k+1} + v_k)$
Asumsi
$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x_0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi
$A = \left[\frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{x}_k, u_k) \right]$ Estimasi: $\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_k, u_k)$ Kovarian Error: $P_{k+1}^* = AP_k + PA^T + G_k Q_k G_k^T$
Tahap Koreksi
Kalman Gain: $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (H_k P_{k+1}^- H^T + R)^{-1}$ Estimasi: $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_k + 1(z_{k+1} - h\hat{x}_{k+1}^-)$ Kovarian Error: $P_{k+1} = [I - K_k H_k] P_{k+1}^-$

2.5 Extended Kalman Filter Unkown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)

Metode Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Feedthrough (EKF-UI-WDF) merupakan salah satu metode perkembangan dari metode Extended Kalman Filter (EKF). Metode ini digunakan untuk mendapatkan solusi estimasi terhadap state dan *unknown input* dengan sistem waktu stokastik tak linier. Dengan tanpa adanya keterhubungan

secara langsung dari *unknown input* terhadap output, maka metode ini juga digunakan untuk mendapatkan solusi estimasi terhadap state dan *unknown input* data pengukurnya. *unknown input* ini merupakan semua sinyal yang tidak ada informasi sebelumnya dari state model yang diberikan[2].

Metode EKF-UI-WDF untuk mengestimasi state pada waktu sekarang dengan menggunakan state pada waktu sebelumnya. Bentuk umum dari persamaan dinamik diskrit tak linier yaitu:

$$\begin{aligned}x_{k+1} &= g(x_k, u_k, u_k^*, k-1) + w_k \\ y_{k+1} &= h(x_{k+1}, u_{k+1}, K+1)\end{aligned}$$

dimana:

$$\begin{aligned}g(x_k, u_k, u_k^*, k-1) &= g_k \\ &= x_k + \Delta t g_c(x, u, u^*, (k-1)\Delta t)\end{aligned}$$

Adalah fungsi tak linier diskrit.

Keterangan:

x_k : vektor variabel keadaan sistem pada waktu k

dan berukuran $n \times 1$,

yang nilai estimasi awalnya \bar{Z}_0 dan kovarian awal P_{z_0} .

u_k : vektor variabel input deterministik pada waktu k

berukuran $s \times 1$

u_k^* : vektor variabel *unknown input*

pada waktu k berukuran $r \times 1$

w_k : noise pada sistem dan berukuran $n \times 1$,

dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan kovarian Q_k .

y_k : variabel pengukuran $p \times 1$.

v_k : noise pada pengukuran dengan ukuran $p \times 1$
dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k

dengan matriks Jacobian:

$$G_{k|k} = \left. \frac{\partial g_k}{\partial x_k} \right|_{x_k = \hat{x}_{k|k}, u_k^* = \hat{u}_{k-1|k}^*}$$

$$H_{k+1|k} = \left. \frac{\partial h_{k+1}}{\partial x_{k+1}} \right|_{x_{k+1} = \hat{x}_{k+1|k}}$$

$$B_{k|k}^* = \left. \frac{\partial g_k}{\partial u_k^*} \right|_{x_k = \hat{x}_{k|k}, u_k^* = \hat{u}_{k-1|k}^*}$$

Formulasi Masalah Estimasi Dengan Metode EKF-UI-WDF

- a Melinierkan permasalahan state dan output terhadap estimasi dan *unknown input* yang diperoleh sebelumnya.
- b Membentuk fungsi objektif kuadratik linier dari perluasan vektor state dengan *unknown input* pada semua waktu state saat ini.
- c Mendapatkan estimasi kuadratik terkecil untuk vektor yang diperluas.
- d Mendapatkan solusi rekursif untuk vektor state yang diperluas.
- e Mendapatkan pendekatan EKF-UI-WDF dengan menggunakan hasil dari tahap d.

Berikut ini adalah algoritma EKF-UI-WDF

Tabel 2.4: Algoritma Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF)

Model Sistem
$x_{k+1} = g(x_k, u_k, u_k^*) + w_k$
Model Pengukuran
$y_{k+1} = h(x_{k+1}, u_{k+1}, k+1) + v_k$
Asumsi
$x_0 \sim N(\bar{X}_0, P_{x_0}), W_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi
$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x_0}$
Tahap Prediksi
Estimasi: $\hat{x}_{k k} = g(x_{k k}, u_k, u_{k k-1}^*)$ Kovarian Error: $P_{x,k k} = G_{k k} P_{x,k k} G_{k k}^T + Q_k$
Tahap Koreksi
Kalman Gain: $K_{x,k+1} = P_{x,k k+1} H_{k k+1}^T (H_{k k+1} P_{x,k k+1} H_{k k+1}^T R_k)^{-1}$ $S_{k+1} = (B_{k k}^* H_{k+1 k}^T R_k^{-1} (I_P - H_{k+1 k} K_{x,k+1}))$ Estimasi: $\hat{x}_{k k+1} = \hat{x}_{k k+1} + K_{x,k+1} (y_{k+1} - h(\hat{x}_{k k+1}, u_{k+1}, k+1))$ $\hat{u}_{k k+1}^* = S_{k+1} B_{k k}^{*T} H_{k k+1}^T R_k^{-1} (I_P - H_{k k+1} K_{x,k+1})$ $[y_{k+1} - h(\hat{x}_{k k+1}, u_{k+1}, k+1) + H_{k k+1} B_{k k}^* u_{k k-1}^*]$ Kovarian Error: $P_{x,k k} = (I_n - K_{x,k} H_{k k-1}) [P_{x,k k-1}$ $+ B_{k-1 k-1}^* S_k B_{k-1 k-1}^{*T} (I_n - K_{x,k} H_{k k-1})^T]$

BAB III

METODE PENELITIAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai metode yang digunakan dalam Tugas Akhir ini agar proses pengerjaan dapat terstruktur dengan baik dan dapat mencapai tujuan yang telah ditetapkan sebelumnya. langkah-langkah sistematis yang dilakukan dalam proses pengerjaan Tugas Akhir ini, yaitu sebagai berikut :

3.1 Tahap Penelitian

Berikut adalah tahap-tahap yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.

1. Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan identifikasi permasalahan dengan mencari referensi yang menunjang penelitian. Selanjutnya dilakukan pemahaman materi tentang model matematika dari dinamika kapal, gaya *impact* yang terjadi pada kapal, model matematika peluru kendali pada penembakan target bergerak, kajian detail mengenai algoritma Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF).

2. Pemodelan Matematika Pada Kapal dalam Misi Penembakan

Pada tahap ini akan dibahas mengenai model matematika pada kapal dalam misi penembakan. Model matematika tersebut menggunakan sistem dinamika kapal 2 derajat kebebasan Davidson-Schiff. Selanjutnya digunakan juga gaya aksi-reaksi pada hukum Newton

untuk menentukan gaya *impact* yang terjadi pada dinamika kapal. Pada misi penembakan menggunakan model matematika peluru kendali 2 dimensi dengan menggunakan hukum APN.

3. Penerapan Metode EKF-UI-WDF

Metode EKF-UI-WDF digunakan untuk sistem model tak linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi pada misi penembakan dengan menggunakan metode EKF-UI-WDF adalah sebagai berikut:

a Pelinieran

Model kapal pada misi penembakan merupakan model tak linier sehingga dilakukan proses pelinieran dengan menggunakan Metode Jacobian.

b Pendiskritan

Metode EKF-UI-WDF yang digunakan yaitu algoritma EKF-UI-WDF waktu diskrit (*Discrete-time* EKF-UI-WDF). Oleh karena itu, model kapal pada misi penembakan didiskritkan dengan menggunakan metode Beda Hingga Maju karena untuk mengestimasi state pada waktu sekarang dengan menggunakan state pada waktu sebelumnya.

c Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ini menghitung kovarian *error* dan estimasi pada model sistem.

d Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, kovarian *error* pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi. Pada tahap ini perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian

*error*nya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai *error*nya semakin kecil pula.

e Simulasi

Pada tahap ini dilakukan simulasi menggunakan MATLAB dengan menginputkan parameter-parameter yang sudah didefinisikan dan asumsi asumsi yang telah dibuat.

4. Analisis Hasil dan Pembahasan

Pada tahap ini dilakukan analisis terhadap hasil simulasi yang diberikan pada tahap sebelumnya.

5. Penarikan Kesimpulan dan Saran

Pada tahap ini dilakukan penarikan kesimpulan berdasarkan hasil simulasi dan pembahasan pada tahap sebelumnya. Selanjutnya dari hasil beberapa kesimpulan tersebut diberikan saran untuk penelitian selanjutnya.

3.2 Alur Penelitian

Berikut adalah alur penelitian yang dilakukan dalam pengerjaan Tugas Akhir ini.



Gambar 3.1: Diagram Metode Penelitian Tugas Akhir.

BAB IV

ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini dilakukan analisis hasil dan pembahasan mengenai langkah-langkah dalam penerapan metode EKF-UI-WDF dan selanjutnya akan dilakukan simulasi dari estimasi sistem tersebut.

4.1 Persamaan Model Matematika pada Kapal

Untuk mengetahui model matematika pada kapal dalam misi penembakan maka perlu juga diketahui faktor-faktor yang mempengaruhi sistem tersebut.

4.1.1 Model Matematika Dinamika Kapal

Dalam Tugas Akhir ini, kapal yang digunakan sebagai model adalah KRI Corvet Kelas Sigma. Tabel 4.1 berikut menunjukkan data parameternya.

Dari parameter yang terdapat pada tabel 4.1 di dapat nilai koefisien hidrodinamika kapal diperoleh dari persamaan (2.6-2.13) hasil dari koefisien hidrodinamika kapal sudah dalam bentuk non-demonsional.

Tabel 4.1: Data Parameter KRI Corvet Kelas Sigma

Nama	Simbol	Ukuran
<i>Length the Ship</i>	L	101,07m
<i>Breadth</i>	B	14m
<i>Draft Depth</i>	T	3,7m
<i>Mass of Ship</i>	m	$2423 \times 10^3 Kg$
<i>Velocity</i>	U	15,4m/s
<i>Coefficient Block</i>	C_B	0,65
<i>Nominal x coordinate of Gravity</i>	x_G	5,25m
<i>Rudder Area</i>	A_δ	5,5m ²
<i>Sea Water Density</i>	ρ	1024kg/m ³

Berikut merupakan cara perhitungan untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip*. Mendapatkan Y'_v dari persamaan (2.12)

$$\begin{aligned}
 \frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} &= 1 + 0,16 \frac{C_B B}{T} - 5,1 \left(\frac{B}{L} \right)^2 \\
 \frac{-Y'_v}{3,14(3,7/101,04)^2} &= 1 + 0,16 \frac{0,69(14)}{3,7} - 5,1 \left(\frac{14}{101,04} \right)^2 \\
 -Y'_v &= 4,211 \times 10^{-3}(1,319817) \\
 Y'_v &= -5,5578 \times 10^{-3}
 \end{aligned}$$

Mendapatkan Y'_r dari persamaan (2.13)

$$\begin{aligned}
 \frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} &= 0,67 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,0033 \left(\frac{B}{T} \right)^2 \\
 \frac{-Y'_r}{3,14(3,7/101,04)^2} &= 0,67 \left(\frac{14}{101,04} \right) - 0,0033 \left(\frac{14}{3,7} \right)^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-Y'_i &= 4,211 \times 10^{-3}(4,5588) \\ Y'_i &= -1,9197 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

Mendapatkan Y'_v dari persamaan (2.14)

$$\begin{aligned}\frac{-Y'_v}{\pi(T/L)^2} &= 1 + 0,4 \left(\frac{C_B B}{T} \right) \\ \frac{-Y'_v}{3,14(3,7/101,04)^2} &= 1 + 0,4 \left(\frac{0,69(14)}{3,7} \right) \\ -Y'_v &= 4,211 \times 10^{-3}(2,04432) \\ Y'_v &= -8,60865 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

Mendapatkan Y'_r dari persamaan (2.15)

$$\begin{aligned}\frac{-Y'_r}{\pi(T/L)^2} &= -0,5 + 2,2 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,008 \left(\frac{B}{T} \right) \\ \frac{-Y'_r}{3,14(3,7/101,04)^2} &= -0,5 + 2,2 \left(\frac{14}{101,04} \right) - 0,008 \left(\frac{14}{3,7} \right) \\ -Y'_r &= 4,211 \times 10^{-3}(-0,225438) \\ Y'_r &= 9,49319 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

Mendapatkan N'_v dari persamaan (2.16)

$$\begin{aligned}\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} &= 1,1 \left(\frac{B}{L} \right) - 0,041 \left(\frac{B}{T} \right) \\ \frac{-N'_v}{3,14(3,7/101,04)^2} &= 1,1 \left(\frac{14}{101,04} \right) - 0,041 \left(\frac{14}{3,7} \right) \\ -N'_v &= 4,211 \times 10^{-3}(0,136906) \\ N'_v &= -5,76511 \times 10^{-4}\end{aligned}$$

Mendapatkan N'_r dari persamaan (2.17)

$$\begin{aligned}\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} &= \frac{1}{12} + 0,017 \left(\frac{C_B B}{T} \right) - 0,33 \left(\frac{B}{L} \right) \\ \frac{-N'_r}{3,14(3,7/101,04)^2} &= \frac{1}{12} + 0,017 \left(\frac{0,69(14)}{3,7} \right) - 0,33 \left(\frac{14}{101,04} \right) \\ -N'_r &= 4,211 \times 10^{-3} (8,1992 \times 10^{-2}) \\ N'_r &= -3,4527 \times 10^5\end{aligned}$$

Mendapatkan N'_v dari persamaan (2.18)

$$\begin{aligned}\frac{-N'_v}{\pi(T/L)^2} &= \frac{1}{2} + 2,4 \left(\frac{T}{L} \right) \\ \frac{-N'_v}{3,14(3,7/101,04)^2} &= \frac{1}{2} + 2,4 \left(\frac{3,7}{101,04} \right) \\ -N'_v &= 4,211 \times 10^{-3} (0,587886) \\ N'_v &= -2,4756 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Mendapatkan N'_r dari persamaan (2.19)

$$\begin{aligned}\frac{-N'_r}{\pi(T/L)^2} &= \frac{1}{4} + 0,039 \left(\frac{B}{T} \right) - 0,56 \left(\frac{B}{L} \right) \\ \frac{-N'_r}{3,14(3,7/101,04)^2} &= \frac{1}{4} + 0,039 \left(\frac{14}{3,7} \right) - 0,56 \left(\frac{14}{101,04} \right) \\ -N'_r &= 4,211 \times 10^{-3} (0,31997442) \\ N'_r &= -1,3474 \times 10^{-3}\end{aligned}$$

Hasil dari perhitungan koefisien dinamika kapal dapat pula ditunjukkan pada tabel berikut:

Tabel 4.2: Koefisien Hidrodinamika Kapal

Koefisien-N	Koefisien-Y
$N'_{\dot{v}} = -5,76511 \times 10^{-4}$	$Y'_{\dot{v}} = -5,578 \times 10^{-3}$
$N'_{\dot{r}} = -3,4527 \times 10^{-5}$	$Y'_{\dot{r}} = -1,9197 \times 10^{-4}$
$N'_v = -2,4756 \times 10^{-3}$	$Y'_v = -8,60865 \times 10^{-3}$
$N'_r = -1,3474 \times 10^{-3}$	$Y'_r = 9,49319$

Berdasarkan pada hasil perhitungan koefisien dinamika kapal pada misi penembakan mencari koefisien matriks M dinamika kapal pada persamaan (2.3) dengan model matematika Davidson dan Schiff, menjadi

$$\begin{aligned}
 M' &= \begin{bmatrix} m' - Y'_{\dot{v}} & m' x'_G - Y'_{\dot{r}} \\ m' x'_G - N'_{\dot{v}} & I'_z - N'_{\dot{r}} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0,004584 + 0,0055578 & 0,00023811 + 0,0001,9197 \\ 0,000238111 + 0,000576511 & 1958,540222 + 0,000034527 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1,01418 \times 10^{-3} & 4,30081 \times 10^{-4} \\ 8,14622 \times 10^{-4} & 1958,5402565 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Selanjutnya untuk mencari koefisien matriks N dinamika kapal pada persamaan (2.4) dengan model matematika Davidson dan Schiff, menjadi

$$\begin{aligned}
 N' &= \begin{bmatrix} -Y'_v & m' - Y'_r \\ -N'_v & m' x'_G - N'_r \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 0,00860865 & 0,004584 + 0,000994919 \\ 0,0024757 & 0,00023811 + 0,001347 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 8,60865 \times 10^{-3} & 5,578919 \times 10^{-3} \\ 2,47457 \times 10^{-3} & 1,58511 \times 10^{-3} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Lalu untuk menghitung koefisien matriks b dinamika kapal pada persamaan (2.5) dengan model matematika Davidson dan Schiff, seperti berikut

$$\begin{aligned} b' &= \begin{bmatrix} Y'_\delta \\ N'_\delta \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 11,825983 \\ -5,912991 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

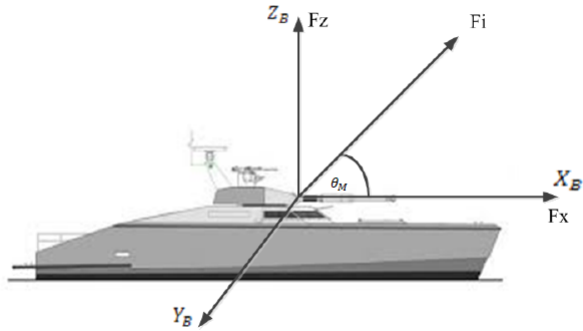
Sehingga model matematika dinamika kapal dapat ditulis menjadi

$$M' \dot{v} + N'(u_0)v = b' \delta'_R$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1,01418 \times 10^{-3} & 4,30081 \times 10^{-4} \\ 8,14622 \times 10^{-4} & 1958,5402565 \end{bmatrix}^{-1} \\ &\quad \begin{bmatrix} 8,60865 \times 10^{-3} & 5,578919 \times 10^{-3} \\ 2,47457 \times 10^{-3} & 1,58511 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \\ &\quad + \begin{bmatrix} 1,01418 \times 10^{-3} & 4,30081 \times 10^{-4} \\ 8,14622 \times 10^{-4} & 1958,5402565 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 11,825983 \\ -5,912991 \end{bmatrix} \delta \end{aligned} \quad (4.1)$$

4.1.2 Persamaan Matematika Gaya *Impact* pada Kapal

Gaya *impact* merupakan gaya tibal balik yang terjadi pada gaya yang telah diberikan. Pada tugas akhir ini akan membahas gaya *impact* yang terjadi pada kapal perang yang sedang menembak. atah gaya *impact* yang timbul karena peluncuran peluru meriam akan berlawanan dengan arah tembak. Berikut merupakan uraian dari pemodelan gangguan gaya *impact* meriam dengan sudut *pitch* meriam adalah $-15^\circ \leq \theta_M \leq 85^\circ$ dihitung dari arah surge kapal.



Gambar 4.1: Proyeksi gaya tembak terhadap sumbu X_G dan sumbu Z_G

Berdasarkan pada Gambar 4.1, maka didapatkan:

$$F_x = F_i \cos \theta_M$$

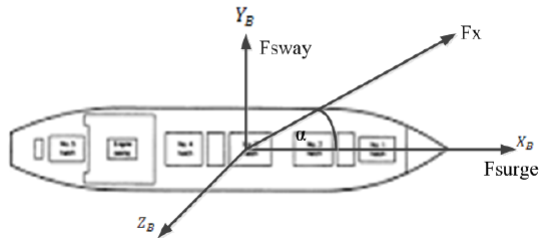
$$F_z = F_i \sin \theta_M$$

dengan:

F_x :Proyeksi F_i terhadap sumbu X_B

F_z :Proyeksi F_i terhadap sumbu Z_B

Selanjutnya, dilakukan analisis gaya meriam terhadap sumbu X_B dan sumbu Y_B .



Gambar 4.2: Proyeksi gaya tembak terhadap sumbu X_G dan sumbu Y_G

Berdasarkan pada gambar (4.1), maka didapatkan:

$$F_{surge} = F_x \cos \alpha_M$$

$$F_{sway} = F_x \sin \alpha_M$$

dengan:

F_{surge} :Proyeksi F_x terhadap sumbu X_B

F_{sway} :Proyeksi F_x terhadap sumbu Y_B

Sesuai dengan Hukum Newton III dimana $F_{aksi} = F_{reaksi}$ dan dapat didefinisikan: F_1 sebagai gaya tembak peluru dan F_2 sebagai gaya *impact* atau gaya timbal balik yang diterima kapal. Jika diterapkan pada hukum Newton III akan menghasilkan persamaan $F_1 = F_2$. Arah gaya *impact* yang timbul karena peluncuran peluru akan berlawanan dengan arah tembak. Akan tetapi untuk besar gaya tembak peluru akan sama dengan gaya *impact* pada kapal. Sehingga persamaan gaya tembak misil pada kapal adalah

$$\begin{aligned} F_{2_{surge}} &= F_{surge} \\ &= F_x \cos \alpha_M = F_i \cos \theta_M \cos \alpha_M \\ F_{2_{sway}} &= F_{sway} \\ &= F_x \sin \alpha_M = F_i \cos \theta_M \sin \alpha_M \end{aligned}$$

dengan F_i merupakan gaya pada misil dengan rumus massa misil (m_M) dikalikan dengan percepatan misil (a_M).

Diasumsikan juga tidak ada gaya *impact* yang terjadi pada *yaw* yang diakibatkan oleh peluncuran misil terhadap kapal, maka gaya *impact* kapal dapat ditulis menjadi:

$$I = \begin{bmatrix} F_{sway} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Dengan: I adalah matriks gaya *impact* misil terhadap kapal.

4.1.3 Gabungan Model Matematika pada Kapal

Apabila pada saat peluncuran misil mengalami gangguan dari gaya *impact*, maka persamaan model matematika dinamika kapal menjadi:

$$\dot{x}(t) = M^{-1}Nx(t) + M^{-1}R\delta(t) + I \quad (4.3)$$

Dengan:

- $\dot{x}(t)$: Persamaan ruang keadaan
- M : Matriks Inersia Kapal
- N : Matriks Keadaan
- I : Matris Gaya *Impact*
- x : Vektor keadaan
- R : Matriks Masukan
- δ : Sudut Rudder

dan untuk matriks dinamika kapal dengan gaya *impact* dapat ditulis menggunakan persamaan (4.1) dengan $x = [v \ r]^T$ dan dinamikanya diberikan oleh:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1,01418 \times 10^{-3} & 4,30081 \times 10^{-4} \\ 8,14622 \times 10^{-4} & 1958,5402565 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 8,60865 \times 10^{-3} & 5,578919 \times 10^{-3} \\ 2,47457 \times 10^{-3} & 1,58511 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} 1,01418 \times 10^{-3} & 4,30081 \times 10^{-4} \\ 8,14622 \times 10^{-4} & 1958,5402565 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 11,825983 \\ -5,912991 \end{bmatrix} \delta \\ &+ \begin{bmatrix} m_M a_M \cos \theta_M \sin \alpha_M \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Untuk mempermudah pada tahap selanjutnya maka dari persamaan matriks tersebut dapat pula ditulis dengan:

$$\dot{v} = (8,488287)v + (5,5009166)r + 11660,63853\delta \quad (4.5)$$

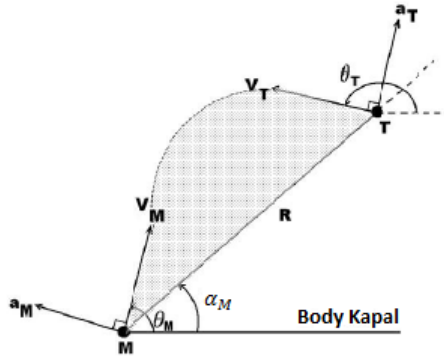
$$+ m_M a_M \cos \theta_M \sin \alpha_M$$

$$\dot{r} = (-2,266507 \times 10^{-6})v - (1,478682 \times 10^{-6})r \quad (4.6)$$

$$- 7,6912785\delta$$

4.2 Model Matematika Misil Kendali Pada Target Bergerak

Selain model matematika dinamika pada kapal, pada penelitian ini juga menggunakan model matematika dari beberapa asumsi untuk gerak misil kendali pada penembakan target bergerak. Berikut merupakan gambar 2-dimensi dari geometri pergerakan misil kendali (**M**) dan target (**T**).



Gambar 4.3: Model Gerak Misil Kendali pada Penembakan Target Bergerak

Berdasarkan Gambar 4.3 diperoleh sistem dinamik dari model gerak misil kendali pada penembakan terget bergerak,

yaitu

$$\dot{\alpha}_M = \frac{V_T \sin(\theta_T - \alpha_M) - V_M \sin(\theta_M - \alpha_M)}{R} \quad (4.7)$$

$$\dot{R} = V_T \cos(\theta_T - \alpha_M) - V_M \cos(\theta_M - \alpha_M) \quad (4.8)$$

$$\dot{\theta}_T = \frac{a_T}{V_T} \quad (4.9)$$

$$\dot{\theta}_M = \frac{a_M}{V_M} \quad (4.10)$$

dengan

- $\alpha_M(t)$: Sudut LOS pada saat t .
- $\theta_T(t)$: Sudut terbang target pada saat t .
- $\theta_M(t)$: Sudut terbang misil pada saat t .
- $R(t)$: Jarak LOS pada saat t .
- $a_M(t)$: Percepatan normal misil kendali pada saat t .
- $a_T(t)$: Percepatan normal target pada saat t .
- $V_M(t)$: Kecepatan tangensial misil kendali pada saat t .
- $V_T(t)$: Kecepatan tangensial target pada saat t .

Variasi dari V_M dan V_T adalah $\dot{V}_M = \tilde{a}_M = 0,8$ dan $\dot{V}_T = \tilde{a}_T = 0,4$, dengan \tilde{a}_M dan \tilde{a}_T adalah kecepatan tangensial dari misil kendali dan target. Selanjutnya untuk percepatan misil dapat menggunakan bentuk hukum kendali APN (*Augmented proportional Navigation* dengan $N = 3$).

$$a_M = N \dot{R} \dot{\alpha}_M + \frac{N}{2} a_T \quad (4.11)$$

Sedangkan untuk percepatan target diasumsikan sebagai berikut:

$$\dot{a}_T = -a_T \quad (4.12)$$

4.3 Gabungan Model Matematika Pada Kapal dalam Misi Penembakan

Pada subbab sebelumnya telah di bahas tentang model matematika dari dinamika kapal dengan gaya impact dan

model matematika misil kendali pada target bergerak. Sehingga model matematika pada kapal dalam misi penembakan dengan menggabungkan persamaan (4.2)-(4.6) maka akan menjadi:

$$\dot{v} = (8,488287)v + (5,5009166)r \quad (4.13)$$

$$+11660,63853\delta + m_M a_M \cos\theta_M \sin\alpha_M$$

$$\dot{r} = (-2,266507 \times 10^{-6})v - (1,478682 \times 10^{-6})r - 7,6912785\delta \quad (4.14)$$

$$\dot{\alpha}_M = \frac{V_T \sin(\theta_T - \alpha_M) - V_M \sin(\theta_M - \alpha_M)}{R} \quad (4.15)$$

$$\dot{R} = V_T \cos(\theta_T - \alpha_M) - V_M \cos(\theta_M - \alpha_M) \quad (4.16)$$

$$\dot{\theta}_T = \frac{a_T}{V_T} \quad (4.17)$$

$$\dot{\theta}_M = \frac{a_M}{V_M} \quad (4.18)$$

$$(4.19)$$

Berdasarkan hukum kendali dari percepatan misil maka ada penambahan variabel \dot{R} dan $\dot{\alpha}_M$ agar misil bisa tepat sasaran menuju target. Untuk memudahkan perhitungan variabel maka model matematika pada persamaan (4.8)-(4.13) tersebut diasumsikan $v = x_1$, $r = x_2$, $\alpha_M = x_3$, $\dot{\alpha}_M = x_4$, $R = x_5$, $\dot{R} = x_6$, $\theta_T = x_7$, dan $\theta_M = x_8$, dengan input $u = a_M$ dan *unknown input* $u^* = a_T$ sehingga diperoleh bentuk model sistem untuk estimasi dengan metode EKF-UI-WDF yaitu:

$$\dot{x}_1 = (8,488287)x_1 + (5,5009166)x_2 \quad (4.20)$$

$$+11660,63853\delta + m_M u \cos x_7 \sin x_3$$

$$\dot{x}_2 = (-2,266507 \times 10^{-6})x_1 - \quad (4.21)$$

$$(1,478682 \times 10^{-6})x_2 - 7,6912785\delta$$

$$\dot{x}_3 = \frac{V_T \sin(x_8 - x_3) - V_M \sin(x_7 - x_3)}{x_5} \quad (4.22)$$

$$\dot{x}_4 = \frac{-2x_4x_6 + u^* \cos(x_8 - x_3) - u \cos(x_7 - x_3)}{x_5} \quad (4.23)$$

$$\dot{x}_5 = V_T \cos(x_8 - x_3) - V_M \cos(x_7 - x_3) \quad (4.24)$$

$$\dot{x}_6 = x_4x_5 - u^* \sin(x_8 - x_3) + u \sin(x_7 - x_3) \quad (4.25)$$

$$\dot{x}_7 = \frac{u}{V_T} \quad (4.26)$$

$$\dot{x}_8 = \frac{u^*}{V_M} \quad (4.27)$$

sedangkan untuk percepatan misil dan target dapat ditulis dengan

$$u = N\dot{x}_4\dot{x}_6 + \frac{N}{2}u^* \quad (4.28)$$

$$\dot{u}^* = -u^* \quad (4.29)$$

Model matematika (4.14)-(4.19) secara umum dapat pula ditulis sebagai berikut:

$$x_k = f_k(x_k, u_k, u_k^*)$$

dengan

$$f_k = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ f_3 \\ f_4 \\ f_5 \\ f_6 \\ f_7 \\ f_8 \end{bmatrix}$$

yaitu

$$\begin{aligned} f_1 &= (8,488287)x_1 + (5,5009166)x_2 \\ &\quad + 11660,63853\delta + m_M u \cos x_7 \sin x_3 \\ f_2 &= (-2,266507 \times 10^{-6})x_1 - \\ &\quad (1,478682 \times 10^{-6})x_2 - 7,6912785\delta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3 &= \frac{V_T \sin(x_8 - x_3) - V_M \sin(x_7 - x_3)}{x_5} \\
f_4 &= \frac{-2x_4x_6 + u^* \cos(x_8 - x_3) - u \cos(x_7 - x_3)}{x_5} \\
f_5 &= V_T \cos(x_8 - x_3) - V_M \cos(x_7 - x_3) \\
f_6 &= x_4x_5 - u^* \sin(x_8 - x_3) + u \sin(x_7 - x_3) \\
f_7 &= \frac{u}{V_T} \\
f_8 &= \frac{u^*}{V_M}
\end{aligned}$$

4.4 Estimasi Variabel Keadaan Sistem Kapal saat Penembakan dengan EKF-UI-WDF

Metode EKF-UI-WDF digunakan untuk sistem model tak linier. Adapun langkah-langkah yang dilakukan untuk estimasi pada misi penembakan dengan menggunakan metode EKF-UI-WDF adalah sebagai berikut:

a. Pelinieran

Model kapal pada misi penembakan merupakan model tak linier, dengan melihat algoritma pada metode EKF-UI-WDF maka akan dilakukan proses pelinieran dengan menggunakan Metode Jacobian.

$$G = \frac{\partial f_k}{\partial x_k}$$

$$B = \frac{\partial f_k}{\partial u_k^*}$$

Berikut merupakan hasil pelinieran dari model

matematika pada kapal dalam misi penembakan:

$$G = \frac{\partial f_k}{\partial x_k} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & 0 & 0 & 0 & G_{17} & 0 \\ G_{21} & G_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} & 0 & G_{35} & 0 & G_{37} & G_{38} \\ 0 & 0 & G_{43} & G_{44} & G_{45} & G_{46} & G_{47} & G_{48} \\ G_8 & 0 & G_{53} & 0 & 0 & 0 & G_{57} & G_{58} \\ 0 & 0 & G_{63} & G_{64} & G_{65} & G_{66} & G_{67} & G_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Dengan

$$\begin{aligned} G_{11} &= 8,488287 \\ G_{12} &= 5,5009166 \\ G_{13} &= m_M u \cos x_7 \cos x_3 \\ G_{17} &= -m_M u \sin x_7 \sin x_3 \\ G_{21} &= -2,266507 \times 10^{-6} \\ G_{22} &= -1,478682 \times 10^{-6} \\ G_{33} &= \frac{-V_T \cos(x_8 - x_3) + V_M \cos(x_7 - x_3)}{x_5} \\ G_{35} &= \frac{-V_T \sin(x_8 - x_3) - V_M \sin(x_7 - x_3)}{x_5^2} \\ G_{37} &= \frac{-V_M \cos(x_7 - x_3)}{x_5} \\ G_{38} &= \frac{V_T \cos(x_8 - x_3)}{x_5} \\ G_{43} &= \frac{u^* \sin(x_8 - x_3) - u \sin(x_7 - x_3)}{x_5} \\ G_{44} &= \frac{-2x_6}{x_5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
G_{45} &= \frac{2x_4x_6 - u^* \cos(x_8 - x_3) + u \cos(x_7 - x_3)}{x_5^2} \\
G_{46} &= \frac{-2x_4}{x_5} \\
G_{47} &= \frac{u \sin(x_7 - x_3)}{x_5} \\
G_{48} &= \frac{u^* \sin(x_8 - x_3)}{x_5} \\
G_{53} &= V_T \sin(x_8 - x_3) - V_M \sin(x_7 - x_3) \\
G_{57} &= V_M \sin(x_7 - x_3) \\
G_{58} &= -V_T \sin(x_8 - x_3) \\
G_{63} &= u^* \cos(x_8 - x_3) - u \cos(x_7 - x_3) \\
G_{64} &= x_5 \\
G_{65} &= x_4 \\
G_{67} &= u \cos(x_7 - x_3) \\
G_{68} &= -u^* \cos(x_8 - x_3)
\end{aligned}$$

Dan

$$B^* = \frac{\partial f_k}{\partial u^*} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_T} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Dengan matriks G merupakan pelinieran dari *state* (x_k) sedangkan matriks B merupakan pelinieran dari *unknown input* u^*

- b. Diskritisasi Model Sistem Kapal Pada Misi Penembakan
Selanjutnya proses diskritisasi pada model sistem dinamik model kapal pada misi penembakan didiskritkan dengan menggunakan metode Beda

Hingga Maju karena untuk mengestimasi state pada waktu yang akan datang dengan menggunakan state pada waktu sekarang $(dx/dt)_{t=k\Delta t} = (x_{k+1} - x_k/\Delta t)$, pada matriks G menjadi:

$$x_i(k+1) = \Delta t G x_i(k) + x_i(k), i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix}_{k+1} = \Delta t \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} & 0 & 0 & 0 & G_{17} & 0 \\ G_{21} & G_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{33} & 0 & G_{35} & 0 & G_{37} & G_{38} \\ 0 & 0 & G_{43} & G_{44} & G_{45} & G_{46} & G_{47} & G_{48} \\ G_8 & 0 & G_{53} & 0 & 0 & 0 & G_{57} & G_{58} \\ 0 & 0 & G_{63} & G_{64} & G_{65} & G_{66} & G_{67} & G_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \end{bmatrix}_k$$

Dan pendiskritan untuk Variansi dari percepatan tangensial dari misil dan target

$$V_{M,k+1} = 0,8\Delta t + V_{M,k}$$

$$V_{T,k+1} = 0,4\Delta t + V_{T,k}$$

Selanjutnya untuk pendiskritan dari matrik Jacobi

unknown input

$$B_{k|k}^* = \Delta t \frac{\partial f_{k_{k+1}}}{\partial u_{2_k}} = \Delta t \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{V_T} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u^* \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}_k$$

Pengukuran untuk sistem ini mengacu pada IRS (*Inertial Reference System*) pada misil kendali yaitu sudut LOS (x_1), jarak LOS (x_2), sudut terbang misil (x_3), sudut terbang target (x_4), dan kecepatan yaw (x_6) sehingga model pengukurannya yaitu

$$y_k = Hx_k + v_k \quad (4.30)$$

dengan

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dan

$$v_k = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \\ v_6 \\ v_7 \\ v_8 \end{bmatrix}_k$$

v_k adalah vektor *noise* pengukuran yang merupakan Gaussian *white noise* dengan mean sama dengan nol dan kovariannya yaitu R_k atau lebih umumnya ditulis dengan $v_k \sim N(0, R_k)$.

$$R_k = \begin{bmatrix} 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-8} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-8} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-8} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-8} \end{bmatrix}$$

Sedangkan untuk pendiskritan dari pada percepatan misil (u) dan percepatan target (u^*) dengan model matematika pada persamaan (4.13) dan (4.4) dapat pula ditulis

$$\begin{aligned} u_k &= N \left(-\frac{x_{2,k+1} - x_{2,k}}{\Delta t} \right) \left(\frac{x_{1,k+1} - x_{1,k}}{\Delta t} \right) + Nu_k^*/2 \\ u_{k+1}^* &= (1 - \Delta t)u_k^* \end{aligned}$$

c. Tahap Inisialisasi

Pada tahap ini akan ditentukan nilai awal dari parameter dan variabel yang akan diamati. Tabel berikut akan menampilkan nilai awal dari parameter:

Tabel 4.3: nilai awal parameter yang akan diamati

Paremeter	Nilai
V_T	$26rad/s$
V_M	$15rad/s$
δ	$0,523599rad$
m_M	24

dan untuk nilai awal dari variabel yang akan diamati

Tabel 4.4: Nilai awal variabel yang akan diamati

Variabel	Nilai
x_1	$0m/s$
x_2	$0m/s$
x_3	$-15rad$
x_4	$0rad/s$
x_5	$20m$
x_6	$-40m/s$
x_7	$-35rad$
x_8	$35rad$
u	$0m/s^2$
u^*	$0m/s^2$

d. Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi digunakan model sistem yang sudah dilinerkan dengan Jacobi pada subbab sebelumnya

$$G_{k|k} = \frac{\partial f_k}{\partial x_k}, B_{k|k} = \frac{\partial f_{k+1}}{\partial u_{2_k}}$$

sehingga dapat dihitung kovarian *error* dan estimasi yaitu

$$\text{estimasi: } \hat{x}_{k|k} = g(x_{k|k}, u_k, u_{k|k-1}^*)$$

$$\text{kovarian error: } P_{x,k|k} = G_{k|k} P_{x,k|k} G_{k|k}^T + Q_k$$

dengan matriks kovarian error awal $P_x(0)$ adalah

$$\begin{bmatrix} 10^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-2} \end{bmatrix}$$

dan matriks kovarian untuk noise model (Q_k) adalah

$$\begin{bmatrix} 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-4} \end{bmatrix}$$

e. Tahap Koreksi

Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, kovarian *error* pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi melalui model pengukuran, yaitu

- Kalman Gain:

$$\begin{aligned} K_{x,k+1} &= P_{x,k|k+1} H_{k|k+1}^T (H_{k|k+1} P_{x,k|k+1} H_{k|k+1}^T R_k)^{-1} \\ S_{k+1} &= (B_{k|k}^* H_{k+1|k}^T R_k^{-1} (I_P - H_{k+1|k} K_{x,k+1})) \end{aligned}$$

- Estimasi:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{k|k+1} &= \hat{x}_{k|k+1} + K_{x,k+1}(y_{k+1} - h(\hat{x}_{k|k+1}, u_{k+1}, k+1)) \\ \hat{u}_{k|k+1}^* &= S_{k+1} B_{k|k}^{*T} H_{k|k+1}^T R_k^{-1} (I_P - H_{k|k+1} K_{x,k+1}) \\ &\quad [y_{k+1} - h(\hat{x}_{k|k+1}, u_{k+1}, k+1) + H_{k|k+1} B_{k|k}^* u_{k|k-1}^*]\end{aligned}$$

- Kovarian Error:

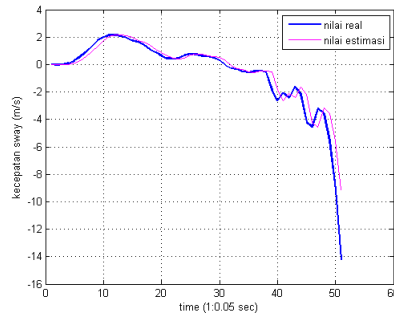
$$\begin{aligned}P_{x,k|k} &= (I_n - K_{x,k} H_{k|k-1}) [P_{x,k|k-1} + B_{k-1|k-1}^* S_k B_{k-1|k-1}^{*T} \\ &\quad (I_n - K_{x,k} H_{k|k-1})^T]\end{aligned}$$

Pada tahap ini pula perhitungan dikatakan bagus jika nilai kovarian *error*nya semakin kecil dan juga perhitungan dikatakan bagus jika nilai *error*nya semakin kecil pula.

4.5 Simulasi

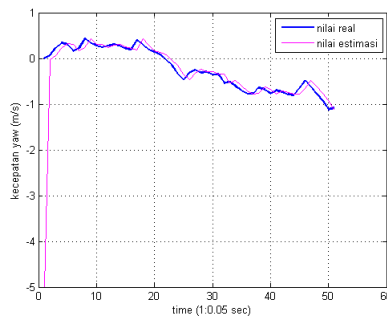
Pada tahap ini dilakukan simulasi akan dilakukan dengan menerapkan algoritma Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough untuk model matematika kapal dalam misi penembakan. Hasil simulasi akan dievaluasi dengan membandingkan nilai real dengan hasil estimasi Extended Kalman Filter Unknown Input Without Direct Feedthrough (EKF-UI-WDF). Dan akan ditampilkan pula nilai RMSE dari masing-masing variabel. Simulasi pada percobaan ini diberikan kondisi awal seperti tabel 4.1 . Pada simulasi dengan menggunakan MATLAB dengan iterasi 50 didapatkan hasil seperti dibawah ini.

Berikut merupakan hasil dari estimasi pada kapal dalam misi penembakan:



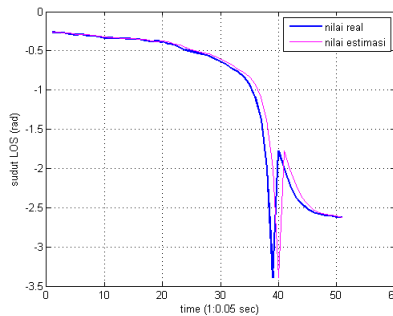
Gambar 4.4: Estimasi kecepatan sway

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan kecepatan sway yang ditunjukkan pada Gambar(4.4) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.10645.



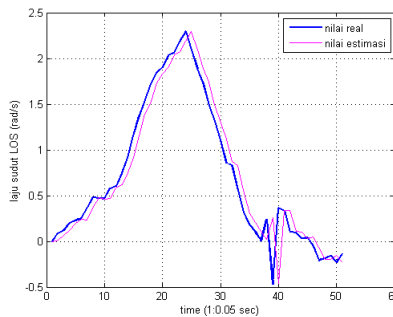
Gambar 4.5: Estimasi kecepatan yaw

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan kecepatan yaw yang ditunjukkan pada Gambar(4.5) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.10117.



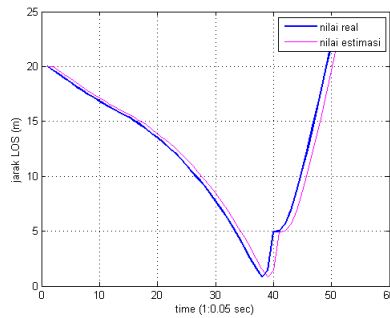
Gambar 4.6: Estimasi sudut LOS

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan sudut terbang LOS yang ditunjukkan pada Gambar(4.6) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.045598.



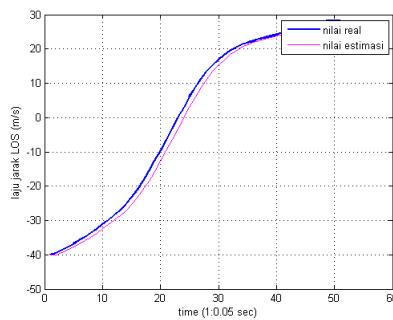
Gambar 4.7: Estimasi laju sudut LOS

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan laju sudut LOS yang ditunjukkan pada Gambar(4.7) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.029363.



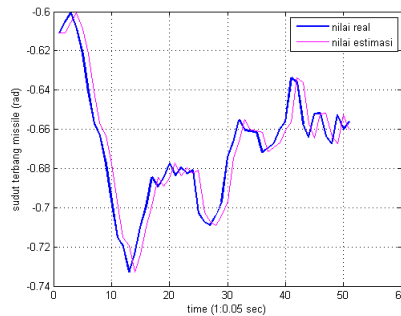
Gambar 4.8: Estimasi jarak LOS

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan Jarak LOS yang ditunjukkan pada Gambar(4.8) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.1544. Pada grafik dapat dilihat pula bahwa misil tepat sasaran pada detik ke 1,85.



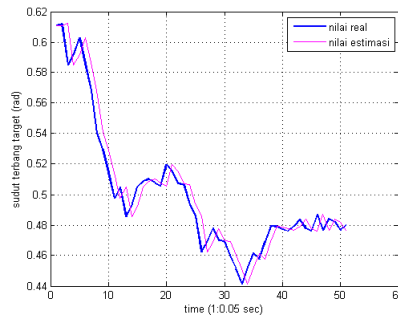
Gambar 4.9: Estimasi laju jarak LOS

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan laju jarak LOS yang ditunjukkan pada Gambar(4.9) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.2383.



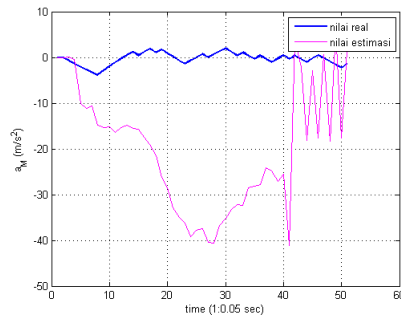
Gambar 4.10: Estimasi Sudut Terbang Misil

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan sudut terbang misil yang ditunjukkan pada Gambar(4.10) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.0015373.

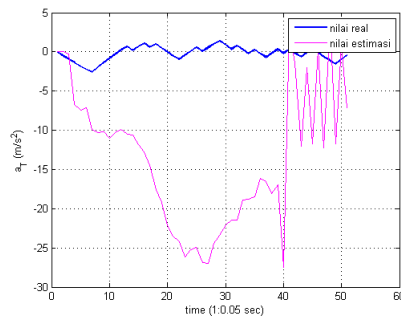


Gambar 4.11: Estimasi Sudut Terbang Target

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan sudut terbang target yang ditunjukkan pada Gambar(4.11) bahwa plot estimasi mengikuti pola plot nilai realnya, dengan jumlah iterasi 50. Didapatkan nilai RMSE yaitu 0.0015371.



Gambar 4.12: Estimasi Percepatan Misil



Gambar 4.13: Estimasi Percepatan Target

Grafik estimasi kapal pada misi penembakan percepatan misil dan target yang ditunjukkan pada Gambar(4.12) bahwa plot estimasi tidak mengikuti nilai realnya dikarenakan pada realnya dimisalkan suatu persamaan percepatan target menurun secara kontinu. oleh karena itu RMSE percepatan target 2.3115 .

Berikut merupakan hasil dari RMSE pada simulasi:

Tabel 4.5: Nilai RMSE dari estimasi pada kapal dalam misi penembakan

No	State	Nilai RMSE
1	x_1	0.10645
2	x_2	0.10117
3	x_3	0.045598
4	x_4	0.029363
5	x_5	0.1544
6	x_6	0.2383
7	x_7	0.0015373
8	x_8	0.0015371
9	u_1	3.4657
10	u_2	2.3115

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Kesimpulan dari Tugas Akhir ini adalah sebagai berikut:

Metode EKF-UI-WDF dapat diterapkan untuk mengestimasi state dan *unknown input*. Pada topik tugas akhir ini hasil dari penerapan metode EKF-UI-WDF dalam mengestimasi kapal pada misi penembakan dengan iterasi sebanyak 50 kali menghasilkan RMSE yang relatif kecil.

Berdasarkan hasil simulasi pada penerapan metode EKF-UI-WDF misil dapat tepat sasaran pada target pada detik ke 1,85.

5.2 Saran

Adapun saran yang dapat dilakukan untuk penelitian selanjutnya, yaitu:

1. Menggunakan metode Unsented Kalman Filter Unknown Input sebagai metode untuk mengestimasi kapal pada misi penembakan.
2. Membandingkan hasil estimasi antara Extended Kalman Filter Unknown Input dengan Unsented Kalman Unknown Input.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] Kementrian Pertahanan Republik Indonesia, 2015, *Buku Putih Pertahanan Indonesia*, ISBN 978-979-8878-04-6
- [2] Subchan, Tahiyatul Asfihani, 2011, *The Missile Guidance Estimation Using Extended Kalman Filter-Unknown Input-Without Feedthrough (EKF-UI-WDF) Method*, J.Indones.Math.Soc. Vol 19, No. 1 (2013), pp. 1-14.
- [3] Shuwen Pan, Hongye Su and Hong Wang, 2010, *Applying a Novel Extended Kalman Filter to Missile-Target Interception with APN Guidance Law : A Benchmark Case Study*, Control Engineering Practice, 159-167.
- [4] Fossen, T.I, 1994, *Guidance and Control of Ocean Vehicles*, USA: John Willey & Sons,Inc, 1994,pp. 1-292.
- [5] Munadhif, Ii ,2015, "*Perancangan Sistem Kendali Kestabilan Rolling Kapal Perang Kelas SIGMA Saat Bermanuver Menggunakan Fuzzy Gain Scheduling-PID*", Jurusan Teknik Fisika, Fakultas Teknik, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya.
- [6] Kleeman, Lindsay, 2007, *Understanding and Applying Kalman Filtering*, Clayton: Monash University.
- [7] Lewis, F. L., 1998, *Optimal Estimation with an Introduction to Stochastic Control Theory: Georgia*, School of Electrical Engineering Georgia Institute Of Technology Atlanta.

- [8] Welch, G. And Bishop, G. , 2006, *An Introduction to The Kalman Filter*, Chapel Hill: University of North Carolina.

LAMPIRAN A

Biodata Penulis



Penulis bernama Rusyдах Kamilah, biasa dipanggil Mila. Penulis dilahirkan di Surabaya, 05 April 1995. Penulis menempuh pendidikan formal dimulai dari TK ABA 49 Surabaya (1999-2001), SD Muhammadiyah 11 Surabaya (2001-2007), SMP Negeri 2 Surabaya (2007-2010), dan SMA Negeri 1 Surabaya (2010-2013). Kemudian penulis melanjutkan studi ke jenjang S1 di Jurusan Matematika ITS Surabaya pada tahun 2013 dengan NRP 1213 100 045. Di Jurusan Matematika, penulis mengambil Bidang Minat Matematika Terapan. Selama kuliah, penulis memiliki pengalaman berorganisasi di KM ITS sebagai anggota Dewan Perwakilan Mahasiswa Fakultas (DPM-F) (2014-2015). Selain itu penulis juga aktif di kegiatan kepanitian yang ada di ITS seperti GERIGI 2014, GERIGI 2015, OMITS 2015, OMITS 2016 dan berbagai kegiatan yang lain. Penulis juga aktif dalam pelatihan kemahasiswaan, yaitu LKMM Pra-TD, LKMM-TD, PCDT dan *Business Plan*.

Informasi lebih lanjut mengenai Tugas Akhir ini dapat ditujukan ke penulis melalui email: rusyдахkamilah@gmail.com